KATEDRA FYZIKY VŠB-TU OSTRAVA

Student	NÁZEV PRÁCE	Číslo práce
Skupina/Osob. číslo	**Měření součinitele statického a smykového tření**	Datum
Spolupracoval		Podpis studenta:

Cíle měření
Seznámit se s dynamikou pohybu tělesa na nakloněné podložce a s jevy statického a smykového tření.

Měřicí prostředky
kovový hranol, pásový metr, tribometr, olovnice

Kompendium teorie
Třecí síly umožňují chůzi, jízdu na kole a automobilem. Pokud by nepůsobily třecí síly, uzly by se rozvázaly, utkaná látka by se rozpadla, hřebíky a šrouby by neplnily svůj účel apod. Na druhé straně se působení tření snažíme minimalizovat například v motorech a jiných hnacích mechanizmech. Třecí síly působí mezi suchými pevnými povrchy těles, která jsou ve vzájemném klidu nebo se po sobě pohybují relativně malými vzájemnými rychlostmi. Podstatou vzniku třecích sil je vzájemné působení povrchových atomů obou dotýkajících se těles.

Jestliže umístíme kostku na nakloněnou rovinu s dostatečně malým úhlem sklonu – kostka se nepohybuje. Na kostku působí tíhová síla, reakce podložky na tlakovou sílu $\boldsymbol{F}_\mathrm{R}$, kterou kostka působí na podložku a statická třecí síla $\boldsymbol{F}_\mathrm{s}$. Formulujme vektorový tvar pohybové rovnice kostky, která se nachází v klidu na nakloněné rovině[1]:

$$\boldsymbol{F}_\mathrm{G}+\boldsymbol{F}_\mathrm{s}+\boldsymbol{F}_\mathrm{R}=\boldsymbol{O}\,.$$

Tíhovou sílu je výhodné rozložit na pohybovou složku $\boldsymbol{F}_\mathrm{p}$ a normálovou složku $\boldsymbol{F}_\mathrm{n}$:

$$\boldsymbol{F}_\mathrm{G}=\boldsymbol{F}_\mathrm{p}+\boldsymbol{F}_\mathrm{n}\,.$$

Takto vyjádřenou tíhovou sílu dosadíme do pohybové rovnice a dostaneme:

$$\boldsymbol{F}_\mathrm{p}+\boldsymbol{F}_\mathrm{n}+\boldsymbol{F}_\mathrm{R}+\boldsymbol{F}_\mathrm{s}=\boldsymbol{O}\,. \qquad (1)$$

Rovnici (1) vyjádříme v souřadnicovém tvaru (dvě skalární rovnice vyjádřené bez nulových souřadnic vektorů):

1 Stejný tvar rovnice platí pro rovnoměrný pohyb kostky po nakloněné rovině, protože i v tomto případě je zrychlení pohybu kostky nulové.

$$F_{x,\mathrm{p}}+F_{x,\mathrm{s}}=0$$
$$F_{y,\mathrm{R}}+F_{y,\mathrm{n}}=0.$$

Souřadnice sil nahradíme velikostmi vektorů a podle orientace os x a y v obr. 1 doplníme správná znaménka:

$$F_\mathrm{p}-F_\mathrm{s}=0 \qquad (2)$$

$$F_\mathrm{R}-F_\mathrm{n}=0. \qquad (3)$$

Pro velikost pohybové složky tíhové síly platí:

$$F_\mathrm{p}=mg\sin\alpha \qquad (4)$$

a pro velikost statické třecí síly

$$F_\mathrm{s}=f_\mathrm{s}N=f_\mathrm{s}F_\mathrm{n}=f_\mathrm{s}mg\cos\alpha\,, \qquad (5)$$

kde N je velikost síly, kterou působí těleso kolmo na styčnou plochu s podložkou. V našem případě je velikost síly N rovna velikosti složky tíhové síly F_n kolmé na podložku. Statická třecí síla svým působením brání pohybu, neboť sílu $\boldsymbol{F}_\mathrm{p}$ kompenzuje, stejně jako kompenzuje síla $\boldsymbol{F}_\mathrm{R}$ normálovou složku tíhové síly. Budeme-li postupně zvětšovat úhel sklonu, bude podle vztahu (4) růst velikost síly $\boldsymbol{F}_\mathrm{p}$ a také velikost síly $\boldsymbol{F}_\mathrm{s}$ (5), dokud síla $\boldsymbol{F}_\mathrm{s}$ při úhlu sklonu nakloněné roviny α_max nedosáhne svou maximální velikost $F_\mathrm{s,max}$:

$$F_\mathrm{s,max} = f_\mathrm{s,max}\,F_\mathrm{n},$$

kde $f_\mathrm{s,max}$ je maximální hodnota koeficientu statického tření. Z rovností (2), (4), (5) a podle obr. 1 snadno získáme koeficient statického tření (předpokládáme jeho maximální hodnotu):

$$f_{\mathrm{s},max}=\mathrm{tg}\,\alpha_\mathrm{max}=\frac{h}{l}\,, \qquad (6)$$

kde délky h a l jsou vyznačeny na obr. 1. Po překročení hraniční hodnoty α_max se kostka „utrhne“ a začne sjíždět z nakloněné roviny. Náhle přestane působit statická třecí síla a začne působit síla smykového tření, jejíž velikost je menší než velikost statické třecí síly, a platí pro ni empirický vztah (obr. 2):

$$F_\mathrm{t}=f\,N=f\,F_\mathrm{n}=fmg\cos\alpha\,, \qquad (7)$$

kde f je **koeficient smykového tření**. Pohyb kostky je popsán pohybovou rovnicí

$$\boldsymbol{F}_\mathrm{p}+\boldsymbol{F}_\mathrm{n}+\boldsymbol{F}_\mathrm{R}+\boldsymbol{F}_\mathrm{t}=m\,\boldsymbol{a}\,, \qquad (8)$$

kterou opět vyjádříme v souřadnicovém tvaru (dvě skalární rovnice vyjádřené bez nulových souřadnic vektorů):

$$F_{x,\mathrm{p}}+F_{x,\mathrm{t}}=ma_x$$
$$F_{y,\mathrm{R}}+F_{y,\mathrm{n}}=0.$$

Souřadnice sil nahradíme velikostmi vektorů a podle orientace os x a y v obr. 2 doplníme správná znaménka:

$$F_{\mathrm{p}}-F_{\mathrm{t}}=ma \tag{9}$$

$$F_{\mathrm{R}}-F_{\mathrm{n}}=0. \tag{10}$$

Pro velikost síly smykového tření platí:

$$F_{\mathrm{t}}=f\,N=f\,F_{\mathrm{n}}=fmg\cos\alpha\,. \tag{11}$$

Do vztahu (9) dosadíme velikosti sil F_{p} a F_{t} a dostaneme:

$$mg\sin\alpha-fmg\cos\alpha=ma$$

a

$$a=g\left(\sin\alpha-f\cos\alpha\right). \tag{12}$$

Za předpokladu, že je úhel sklonu a součinitel smykového tření konstantní, se jedná o rovnoměrně zrychlený pohyb. Když bude kostka sjíždět z nakloněné roviny s nulovou počáteční rychlostí a nulovou počáteční drahou, lze získat závislost dráhy na čase ve tvaru:

$$s=\frac{1}{2}at^2. \tag{13}$$

Ze vztahu (13) vyjádřeme velikost zrychlení a nahradíme ji vyjádřením ze vzorce (12):

$$\frac{2s}{t^2}=g\left(\sin\alpha-f\cos\alpha\right).$$

Po úpravě dostaneme součinitel smykového tření:

$$f=\mathrm{tg}\,\alpha-\frac{2s}{t^2\,g\cos\alpha}\,. \tag{14}$$

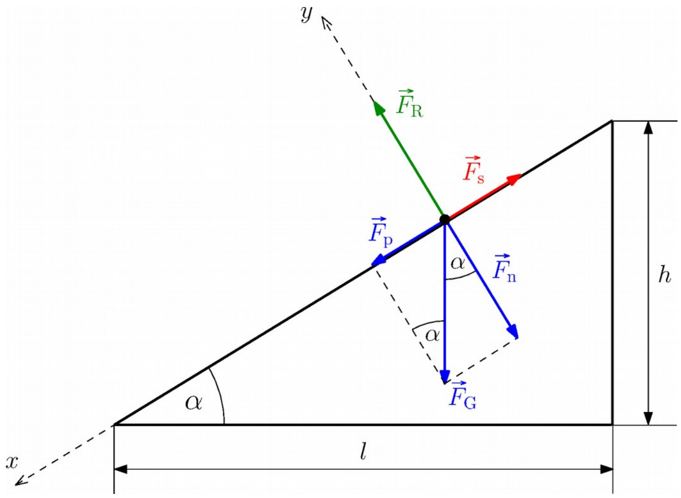
Nyní se zbavíme úhlu α (viz obr. 2) dosazením těchto vztahů do (14)

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{h}{l}$$
$$\cos\alpha=\frac{l}{\sqrt{\left(l^2+h^2\right)}}\,.$$

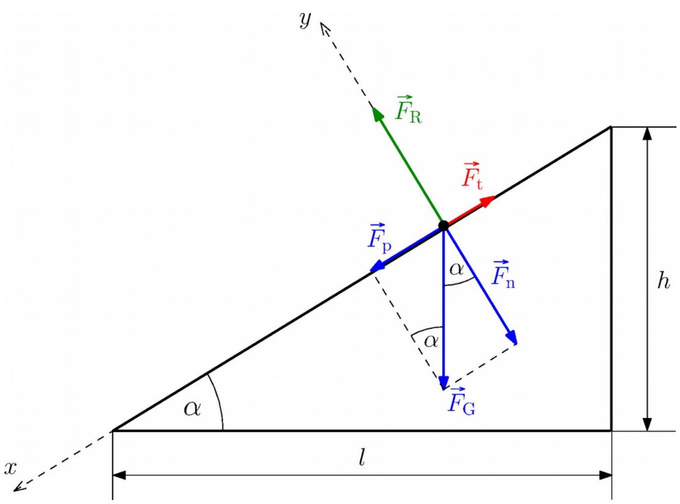
a získáme tak konečný vzorec pro součinitel smykového tření:

$$f = \frac{h}{l} - \frac{2s\sqrt{(l^2 + h^2)}}{t^2 gl}. \tag{15}$$

Obr. 1



Obr. 2



Pokyny k vlastnímu měření

1) Umístěte kostku na podložku tribometru a pomalu zvětšujte úhel sklonu až do hodnoty, při které se kostka začne po podložce pohybovat. Změřte délky *h* (použití olovnice) a *l*. Tento postup opakujte desetkrát.

2) Vypočítejte aritmetické průměry délek *h* a *l* a dosaďte je do vzorce (6). Součinitel statického tření zaokrouhlete na dvě platné cifry.

3) Nastavte takový sklon nakloněné roviny, aby z ní kostka sjížděla se zrychlením z nulové počáteční rychlosti. Pětkrát změřte dobu *t*, za kterou kostka urazí označenou dráhu, dráhu *s*, kterou urazí a rozměry *h* a *l*. Dosazením aritmetických průměrů měřených veličin a hodnoty tíhového zrychlení pro Ostravu do vztahu (15) spočítejte součinitel smykového tření a zaokrouhlete jej na desetiny. Určete

absolutní a relativní nejistoty měření veličin h, l, t, s.
4) Bod 3) pokynů opakujte pro další dva různé úhly sklonu nakloněné roviny.